**I - MRAC- Direto**

Para o caso escalar, suponha um processo que possua a seguinte equação:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | **(1)** |

em que e e **a** e **b** são valores constantes, mas desconhecidos.

Deseja-se que o processo siga as características de um modelo com características já conhecidas. Este modelo apresenta a seguinte equação:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | **(2)** |

Tomando-se a transformada Laplace do modelo, tem-se que:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | **(3)** |

É importante destacar que se o o sistema de referência seria instável. Dessa forma, é imprescindível que o seu . Dito isto, tomemos o erro dado pela diferença entre a saída do processo a controlar e a saída do modelo de referência:

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(4)** |

Uma possível entrada plausível pode ser escolhida da forma:

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(5)** |

De forma que o problema de controle se resume a encontrar etais que façam a dinâmica do processo se aproximar da dinâmica do modelo de referência, ou seja, .

* Veja que se **a** e **b** fossem conhecidos, o problema seria meio que direto, pois:

e igualando-se com a dinâmica do modelo, ter-se-ia:

em que e são os valores ótimos obtidos para este caso.

Mas não se conhecem tais valores. Dessa forma, precisamos encontra-los. Tomando a derivada de **(4)**, tem-se que:

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(6)** |

Somando e subtraindo de **(6)** o termo escalar , tem-se:

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(7)** |

Substituindo a equação **(5)** em **(7)**, tem-se que:

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(8)** |
|  |  |

Resultando em uma equação da forma:

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(9)** |
|  |  |

Candidata a função de Lyapunov, com e positivos:

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(10)** |

Tomando-se a derivada de **(10)**, tem-se que:

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(11)** |

Por construção, o e para garantir que a função de Lyapunov de **(11)** seja Semi-Negativa Definida (SND), força-se para que e  de **(11)** sejam identicamente nulos. Isto é conseguido fazendo-se:

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(12)** |

De **(8)**, tira-se que:

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(13)** |

Igualando-se os termos das equações **(12)** e **(13)**, tem-se que a lei de adaptação será da forma:

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(14)** |

Importante notar que, em princípio, não se conhece o valor de **b**, de forma que a lei de adaptação da equação **(14)**, ficaria sem solução. O que pode ser feito é supor que o **b** é positivo e com isto, reescreve-se a equação **(14)** na forma:

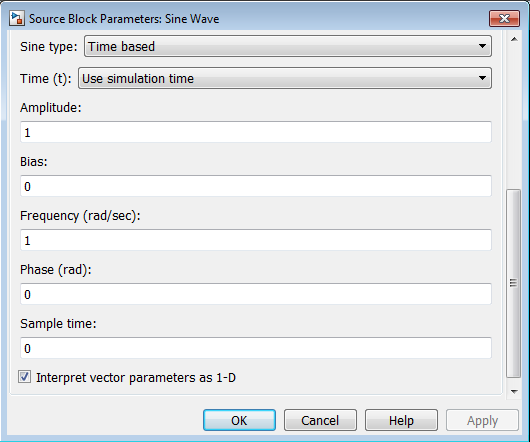
|  |  |
| --- | --- |
|  | **(15)** |

em que   e e assim tem-se a lei de adaptação completa.

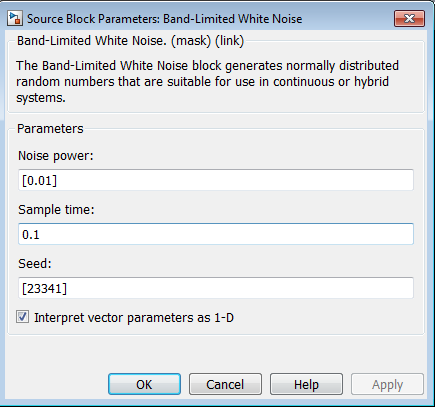
**Exemplo:** Este exemplo se dará para um processo que apresente os valores de , e um modelo de referência que apresenta valores de e . Refazendo a construção solicitada a determinação da lei de controle da forma . A recriação dos blocos possibilitou que o sistema em Simulink fosse montado, conforme Figura 1.

**Figura 1:** MRAC escalar.

O sinal de referência é um sinal senoidal ruidoso. O sinal senoidal e o ruído foram caracterizados conforme as Figura 2 e 3, respectivamente.

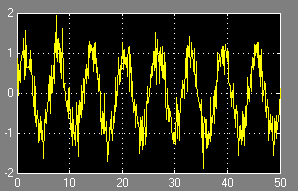


**Figura 2:** Sinal senoidal com frequência de 1 rad/s e amplitude 1.

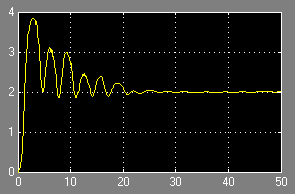


**Figura 3:** Ruído branco amostrado em 10Hz e com potência de 0,01.

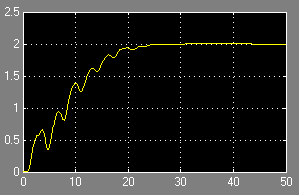
O sistema foi simulado por 50s, e os resultados obtidos encontram-se nas Figuras a seguir.



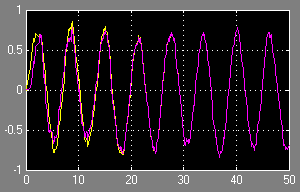
**Figura 4:** Sinal senoidal ruidoso.



**Figura 5:** Resultado obtido para o Note a convergência para o valor 2.



**Figura 6:** Resultado obtido para o . Note a convergência para o valor 2.



**Figura 7:** Resultado das saídas do modelo e do processo. A linha em amarelo representa oe a linha em magenta representa o sinal de . Note que a saída  converge ao sinal de referência, conforme esperado.

Pelas relações de conhecimento completo tanto do sistema quando do modelo, viu-se que os valores ótimos das variáveis e , seriam obtidos por meio das equações:

Ao substituir os valores , **,**  e na equação acima, chega-se exatamente nos valores ótimos esperados para o sistema ótimos, ou seja, que o e .

**Observações:**

* Há de se observar que se o sistema apresenta um , não se pode garantir que e , positivos, tais que possibilitem que e sejam negativos (ou seja, “percam” energia) e além do que a função da equação **(10)** seja positivo definida (pelo critério de Lyapunov).